

# Mechanika a kontinuum NAFY001

RNDr. Denisa Kubániová, Ph.D. – Katedra fyziky nízkých teplot

denisa.kubaniova@matfyz.cuni.cz

<https://mossbauer.cz/mechanics-and-continuum>

## Doporučená literatura:

- J. Kvasnica, „Mechanika“, (Academia, Praha 1988).
- R.P. Feynman, “Feynmanovy přednášky z fyziky 1” (Fragment, Praha, 2000).
- I.G. Main: Kmity a vlny ve fyzice, Academia, Praha 1990
- F. Chmelík: Fyzika I – mechanika, skripta  
<http://material.karlov.mff.cuni.cz/people/hajek/skripta/skripta.pdf>

# Mechanika a kontinuum

## zkouška:

- nutnou podmínkou připuštění k ústní zkoušce je získání zápočtu ze cvičení
- tj. úspěšné absolvování 2 písemných testů
  - alespoň 21 bodů v součtu z obou testů
  - za každý test lze získat maximálně 20 bodů
  - známkování: 20-16 bodů = **1**, 15-11 bodů = **2**, 10-5 bodů = **3**

- celková známka ze zkoušky:

$$z = \frac{1}{3} \left( \frac{z_{p1} + z_{p2}}{2} \right) + \frac{2}{3} z_u$$

$z_{p1}, z_{p2}$  – známky z písemných testů

$z_u$  – známka z ústní zkoušky

# Fyzika

- věda o přírodě (fysis je řecky příroda)
- fyzika studuje obecné zákony vzájemného působení částic a polí

- základním kritériem ve fyzice je **experiment (pozorování)**

- obory fyziky:

- mechanika: (mechané = stroj) studium těles a jejich vzájemného působení
- termodynamika: studium jevů způsobených chaotickým pohybem atomů
- elektřina a magnetismus, optika: studium elektromagnetického pole a jeho interakce s hmotou
- jaderná fyzika: studium jevů v atomovém jádru
- částicová fyzika: studium elementárních částic

## Vymezení fyziky a chemie:

- Fyzika studuje především zákony vzájemného působení částic a polí.
- Předmětem chemie jsou zákonitosti slučování atomů v molekuly (nebo rozklad molekul) a studium vlastností prvků, molekul a jejich sloučenin.
- V moderní chemii se aplikuje fyzika atomů (kvantová mechanika) na molekuly a sloučeniny.

# Fyzika

- Nositelům všech fyzikálních jevů je hmota (materie – látka nebo pole), kterou rozumíme objektivní realitu nezávislou na našem vědomí.
- **fyzikální veličiny:** míra fyzikálních vlastností (tj. určité vlastnosti jevu, tělesa nebo látky)
- fyzikální veličiny lze měřit, tj. stanovit jejich velikost v daných jednotkách

$$X = x[X]$$

Diagram illustrating the equation  $X = x[X]$  with labels and arrows:

- veličina (points to  $X$ )
- kvantita veličiny (číslo) (points to  $x$ )
- jednotky (kvalita) (points to  $[X]$ )

- **fyzikální zákony:** obecné zákonitosti mezi fyzikálními veličinami, které jsou definovány ve vztahu k materiálním objektům
- **extenzivní fyzikální veličiny:**
  - závisí na množství: celková hodnota pro systém je součet hodnot pro jeho jednotlivé části (délka, plocha, objem, čas, hmotnost, energie, látkové množství)
- **intenzivní fyzikální veličiny:**
  - nezávisí na množství: části budou mít stejnou hodnotu jako celý systém (hustota, teplota, tlak, koncentrace)

# Základní jednotky SI

jednotka	zkratka jednotky	veličina	označení veličiny
metr	m	délka	$l, a, \dots$
kilogram	kg	hmotnost	$m$
sekunda	s	čas	$t$
ampér	A	elektrický proud	$I$
kelvin	K	termodynamická teplota	$T (\Theta)$
mol	mol	látkové množství	$n$
kandela	cd	svítivost	$I$

Pozn.

Teplota - stupně Celsia ( $^{\circ}\text{C}$ ), označení veličiny -  $\vartheta$

Přepočet:  $0\text{K}$  (teplota absolutní nuly) =  $-273,15^{\circ}\text{C}$

*Pro běžné výpočty teploty se používají jednotky stupně Celsia, označení veličiny  $\vartheta$ , termodynamická teplota ( $T$ ) se používá například pro sálání.*

**Sekunda** je podle soustavy SI definována jako doba trvání 9 192 631 770 period záření, které odpovídá přechodu mezi dvěma hladinami velmi jemné struktury základního stavu atomu  $^{133}\text{Cs}$  (měření času pomocí atomových hodin).

**Metr** je vzdálenost, kterou urazí světlo ve vakuu za dobu  $1/299\,792\,458$  sekundy.

**Kilogram** je definován pomocí metru a sekundy zafixováním hodnoty Planckovy konstanty na přesné hodnotě  $6,62607015 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ .

# Předpony soustavy SI [1]

$10^n$	Předpona	Značka	Název	Násobek	Původ	Příklad
$10^{24}$	yotta	Y	kvadrilion	1 000 000 000 000 000 000 000 000	řec. ὀκτώ – „osm“	
$10^{21}$	zetta	Z	triliarda	1 000 000 000 000 000 000 000	fr. sept – „sedm“	
$10^{18}$	exa	E	trilion	1 000 000 000 000 000 000	řec. ἕξ – „šest“	EB - exabajt
$10^{15}$	peta	P	biliarda	1 000 000 000 000 000	řec. πέντε – „pět“	PJ – petajoule
$10^{12}$	tera	T	bilion	1 000 000 000 000	řec. τέρας – „netvor“	TW – terawatt
$10^9$	giga	G	miliarda	1 000 000 000	řec. γίγας – „obrovský“	GHz – gigahertz
$10^6$	mega	M	milion	1 000 000	řec. μέγας – „velký“	MeV – megaelektronvolt
$10^3$	kilo	k	tisíc	1 000	řec. χίλιοι – „tisíc“	km – kilometr
$10^2$	hekto	h	sto	100	řec. ἑκατόν – „sto“	hPa – hektopascal
$10^1$	deka	da	deset	10	řec. δέκα – „deset“	dag – dekagram
$10^0$	-	-	jedna	1		m – metr
$10^{-1}$	deci	d	desetina	0,1	lat. decimus – „desátý“	dB – decibel
$10^{-2}$	centi	c	setina	0,01	lat. centum – „sto“	cm – centimetr
$10^{-3}$	mili	m	tisícina	0,001	lat. mille – „tisíc“	mm – milimetr
$10^{-6}$	mikro	μ	miliontin	0,000 001	řec. μικρός – „malý“	μA – mikroampér
$10^{-9}$	nano	n	miliardtina	0,000 000 001	řec. νανος – „trpaslík“	nT – nanotesla
$10^{-12}$	piko	p	biliontina	0,000 000 000 001	it. piccolo – „malý“	pF – pikofarad
$10^{-15}$	femto	f	bilirdtina	0,000 000 000 000 001	dán. femten – „patnáct“	fm – femtometr
$10^{-18}$	atto	a	triliontina	0,000 000 000 000 000 001	dán. atten – „osmnáct“	as – attosekunda
$10^{-21}$	zepto	z	triliardtina	0,000 000 000 000 000 000 001	fr. sept – „sedm“	
$10^{-24}$	yokto	y	kvadriliontina	0,000 000 000 000 000 000 000 001	řec. ὀκτώ – „osm“	



# Fyzika

- fyzikální veličiny: míry fyzikálních vlastností:  $X = x [X]$
- fyzikální zákony: vztahy mezi fyzikálními veličinami
- fyzikální zákon platí tak dlouho dokud je v souladu s experimentem
- **Ockhamova břitva (princip logické úspornosti)**
- Willian Ockham 1287 - 1347



*Pluralitas non est ponenda sine necessitate. (Množství se nemá dokládat, není-li to nezbytné)*

***Pokud nějaká část teorie není pro dosažení výsledků nezbytná, do teorie nepatří.***

A close-up of a medieval manuscript page showing the text "Dico ergo ad qōnem q" in large, bold letters, followed by smaller text: "qz pluralitas non est ponenda sine necessitate ⁊ non ē necessitas quare debeat poni tpus dī" and "secretum mensurās motum angeli. naz".

# Mechanika

## Pohyb, prostor a čas v klasické mechanice

V přírodě, která nás obklopuje, pozorujeme neustálý pohyb, tj. přemísťování těles nebo jejich částí. Tento pohyb nazýváme pohybem mechanickým, a obor fyziky, který ho popisuje, pak **mechanikou**.

- **kinematika:** jak se tělesa pohybují (kiné = pohyb)
- **dynamika:** proč se tělesa pohybují (dynamis = síla)

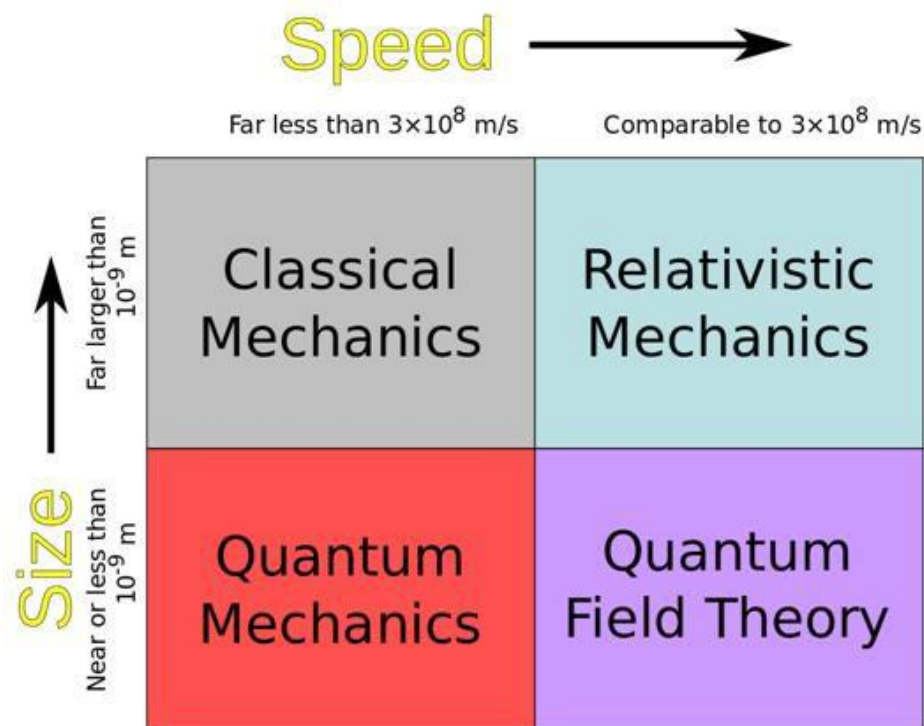
### Axiomy Newtonovské mechaniky:

- **prostor:** trojrozměrné kontinuum, prostor není přítomností těles ovlivněn, všechna jeho místa jsou rovnocenná (homogenita prostoru) a všechny směry v něm jsou rovnocenné (izotropie prostoru)
- **čas:** jednorozměrné kontinuum, vyjadřuje posloupnost pohybových dějů a jejich trvání, čas se v klasické mechanice jeví jako samostatný, nezávislý na pohybujících se tělesech a všude stejně plynoucí.
- **tělesa:** se nachází v prostoru a čase a nijak je neovlivňují

# Mechanika

## Limity platnosti klasické (Newtonovské) mechaniky:

- přítomnost velkých gravitačních sil (obecná teorie relativity)
- rychlosti těles se blíží rychlosti světla (speciální teorie relativity)
- pohybové děje na úrovni mikrosvěta, kdy se začíná projevovat kvantová povaha hmoty (kvantová mechanika).

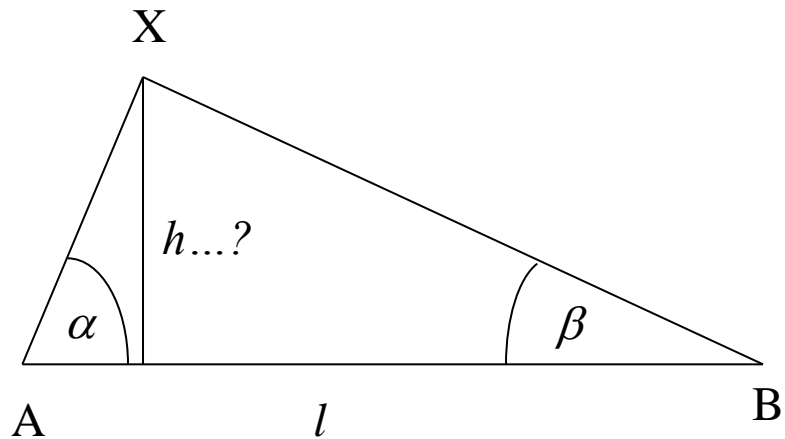


# Obsah přednášky

- mechanika (kinematika a dynamika) hmotného bodu (HM)
- pohyb HM v gravitačním poli
- kmity HM
- mechanika soustavy HM a tuhého tělesa (statika, kinematika a dynamika TT)
- mechanika kontinua, napětí a deformace
- mechanika tekutin (hydrostatika a hydrodynamika)
- mechanické vlnění

# Měření vzdáleností - triangulace

- **triangulace**



- obecně:

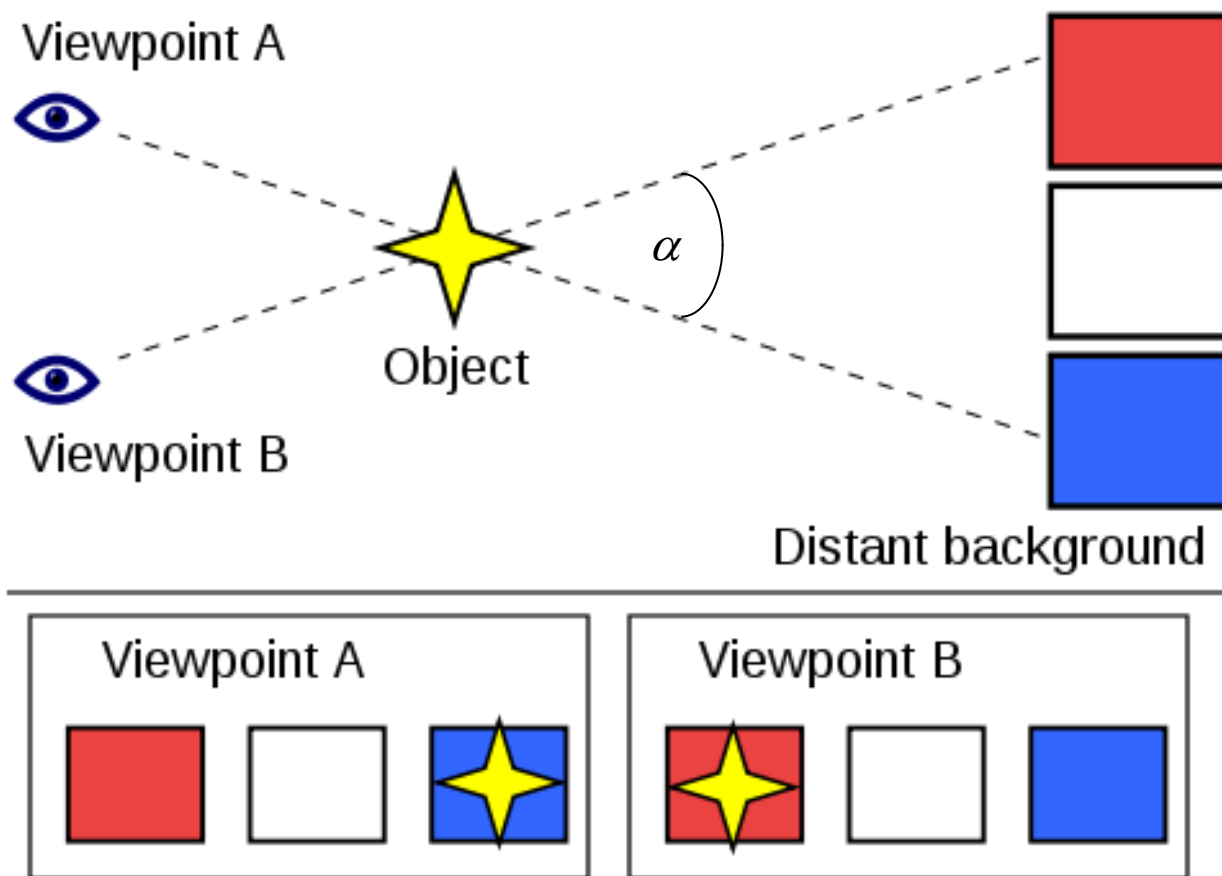
$$h = l \frac{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}$$

- rovnoramenný trojúhelník ( $\alpha = \beta$ ):

$$h = \frac{l}{2} \operatorname{tg} \alpha$$

# Měření vzdáleností - triangulace

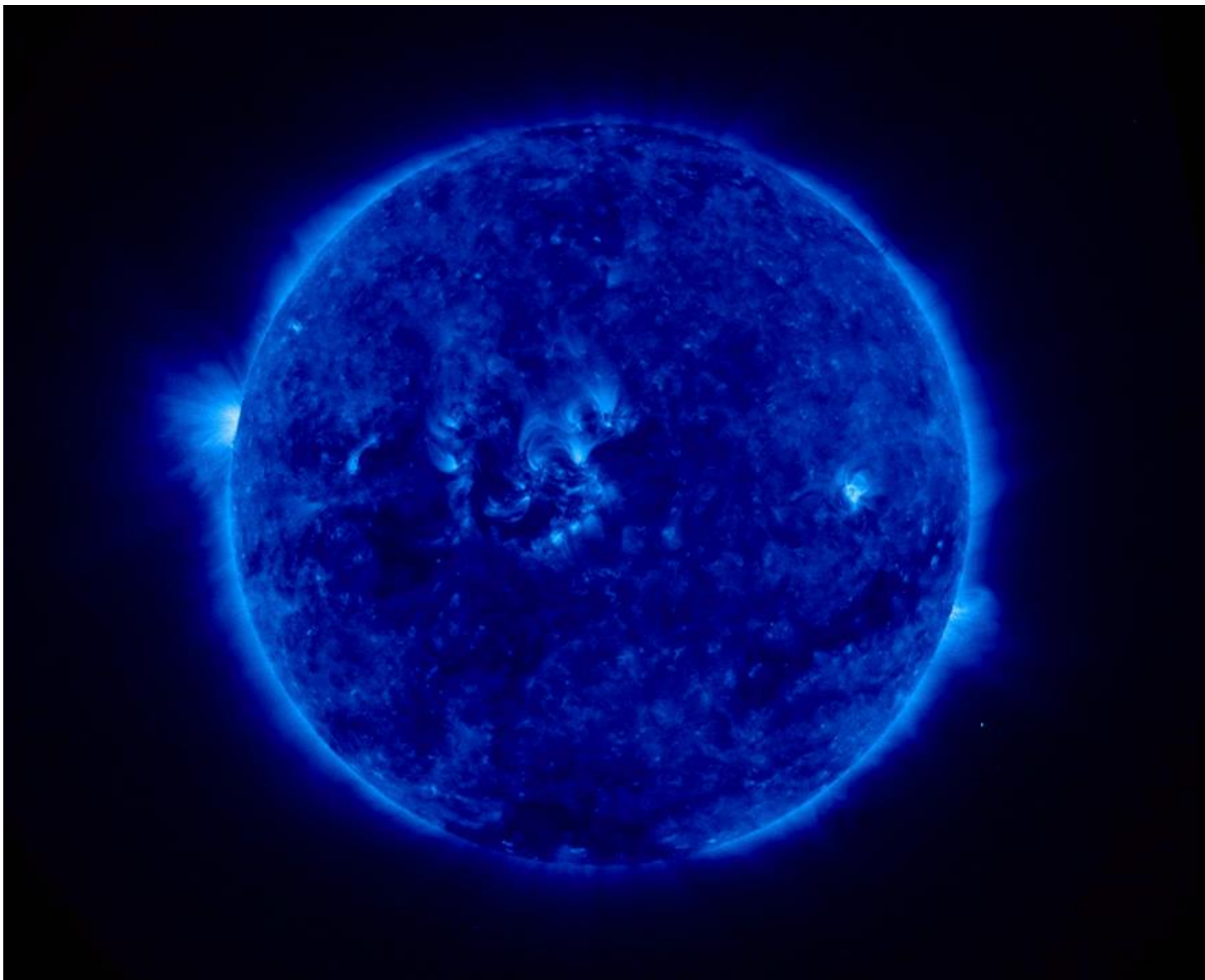
- paralaxa



## Měření vzdáleností - triangulace



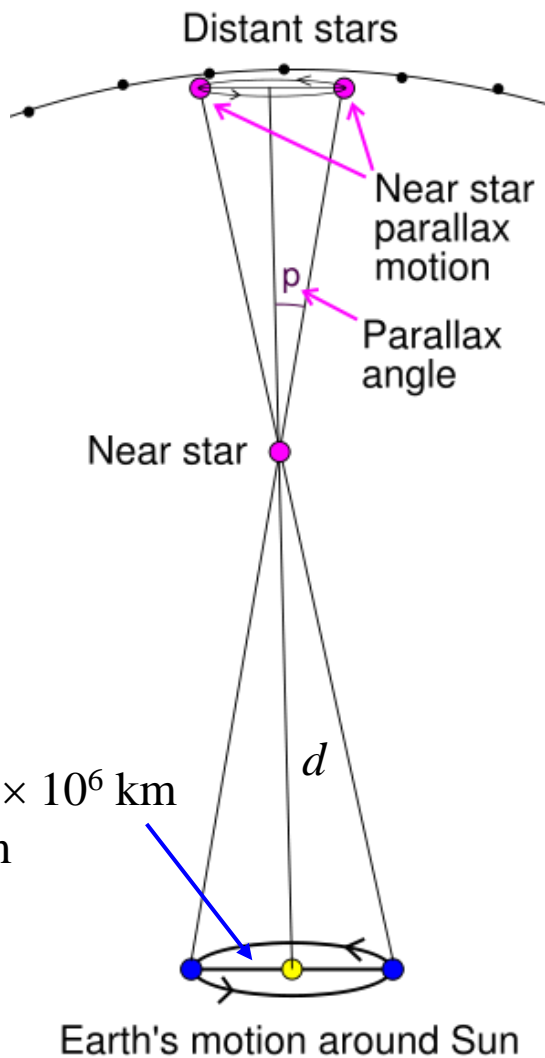
# Měření vzdáleností - triangulace





# Měření vzdáleností - triangulace

## • paralaxa



$$1 \text{ AU} = 150 \times 10^6 \text{ km} \\ = 1.5 \times 10^8 \text{ m}$$

## úhlové jednotky:

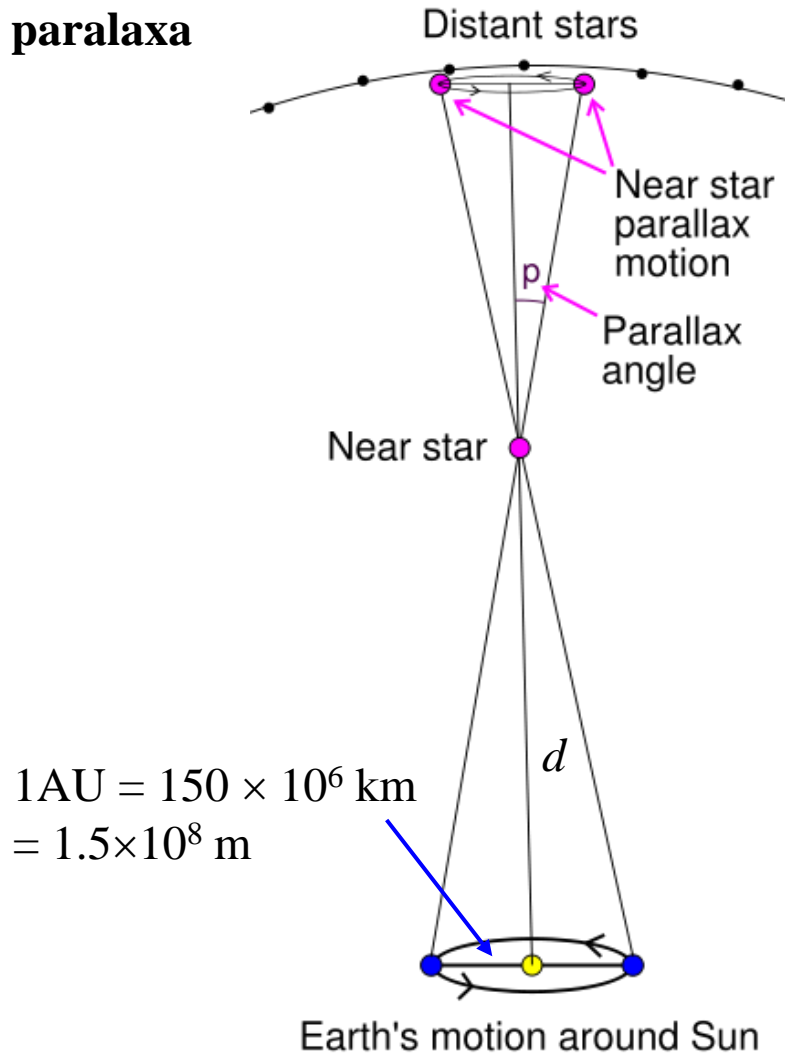
název	symbol	hodnota	v radiánech
1 stupeň	[°], [deg.]	1/360 kruhu	0.017453 rad
1 minuta	[′], [arcmin]	1/60 stupně	0.29089 mrad
1 vteřina	[″], [arcsec]	1/60 minuty	4.8481 μrad

$$d = \frac{2 \text{ AU}}{2} \cotg p = \frac{1 \text{ AU}}{\text{tg } p} \approx \frac{1 \text{ AU}}{p}$$

$$\text{tg } p = p + p^3/3 + \dots \sim p$$

# Měření vzdáleností - triangulace

- **paralaxa**



$p$  [arcsec] – roční paralaxa hvězdy

1 parsec (pc) = taková vzdálenost, že  $p = 1$  arcsec

1 pc = 3.26 sv. rok

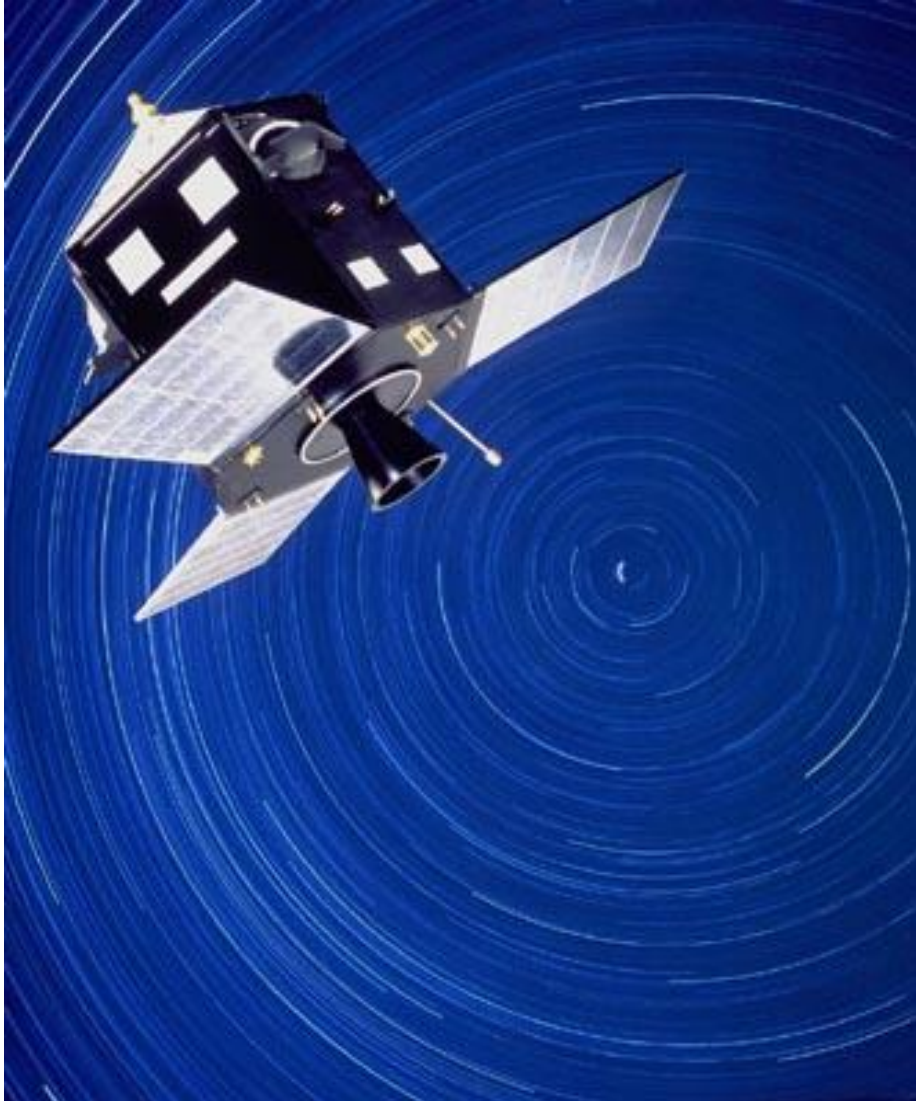
1 sv. rok =  $9.46073 \times 10^{15}$  m = 9.46073 Pm

$$d[\text{pc}] = \frac{1}{p[\text{arc sec}]}$$

Proxima Centauri (nejbližší hvězda)

$d = 1.30$  pc = 4.24 sv. rok

# Měření vzdáleností - triangulace



$p$  [arcsec] – roční paralaxa hvězdy

1 parsec (pc) = taková vzdálenost, že  $p = 1$  arcsec

1 pc = 3.26 sv. rok

1 sv. rok =  $9.46073 \cdot 10^{15}$  m = 9.46073 Pm

$$d[\text{pc}] = \frac{1}{p[\text{arc sec}]}$$

Proxima Centauri (nejbližší hvězda)

$d = 1.30$  pc = 4.24 sv. rok

satelit Hipparcos (ESA)

měření  $p$  až do 0.002 arcsec

maximální vzdálenost  $d = 500$  pc ( $\approx 1600$  sv. rok)

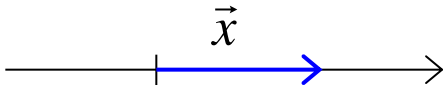
# Fyzikální veličiny

Míry fyzikálních vlastností:  $X = x [X]$

- **skalární** : velikost (hmotnost, délka, teplota, energie)
- **vektorové**: velikost + směr (poloha, rychlost, zrychlení, síla, hybnost)

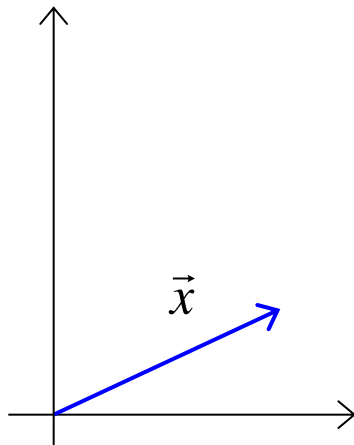
## 1 D

- skalár:  $x$
- vektor:  $\pm x$



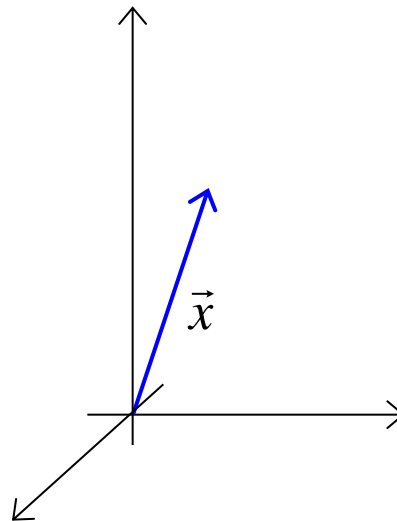
## 2 D

- skalár:  $x$
- vektor:  $(x,y)$



## 3 D

- skalár:  $x$
- vektor:  $(x,y,z)$



## $n$ D

- skalár:  $x$
- vektor:  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$

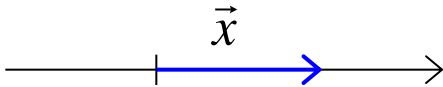
# Fyzikální veličiny

Míry fyzikálních vlastností:  $x = x [X]$

- **skalární** : invariantní vůči volbě souřadnicové soustavy
- **vektorové**: závisí na volbě souřadnicové soustavy

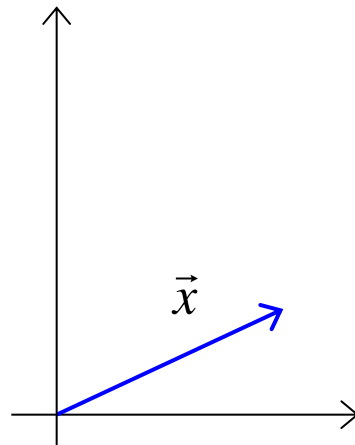
## 1 D

- skalár:  $x$
- vektor:  $\pm x$



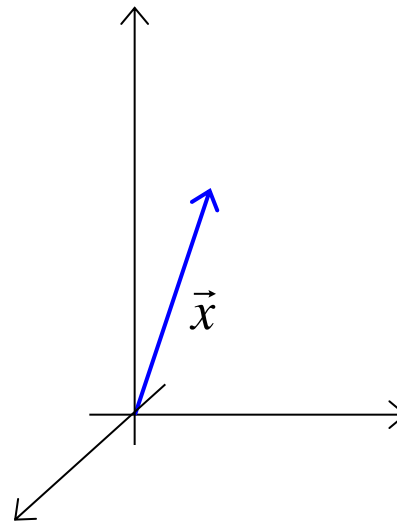
## 2 D

- skalár:  $x$
- vektor:  $(x,y)$



## 3 D

- skalár:  $x$
- vektor:  $(x,y,z)$



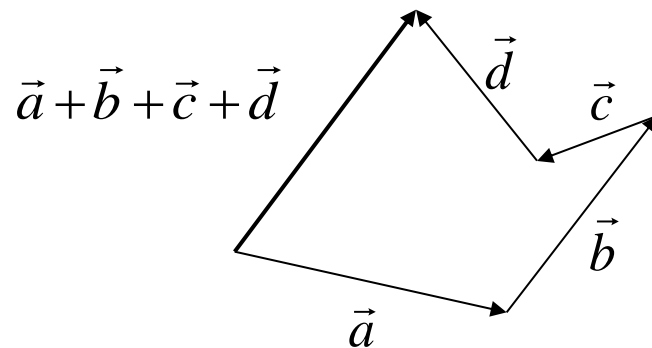
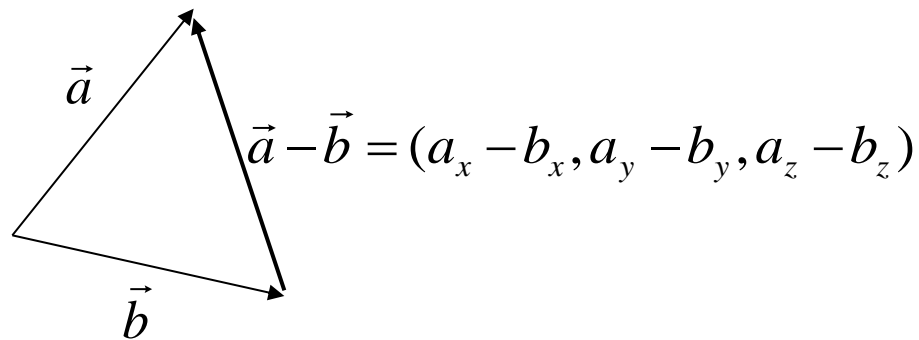
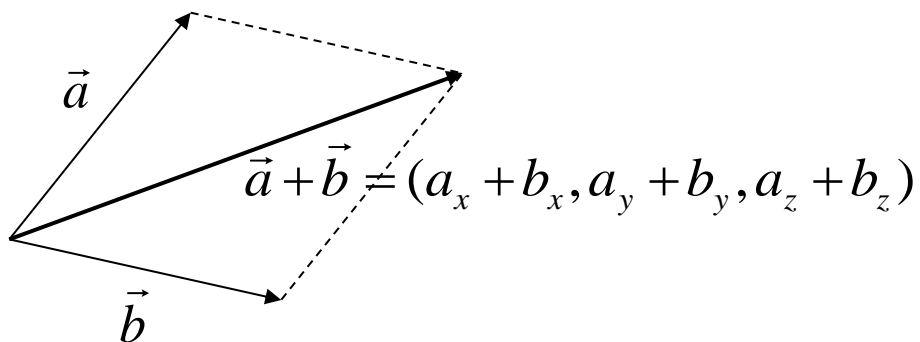
## $n$ D

- skalár:  $x$
- vektor:  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$

# Vektorové fyzikální veličiny

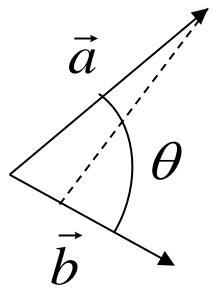
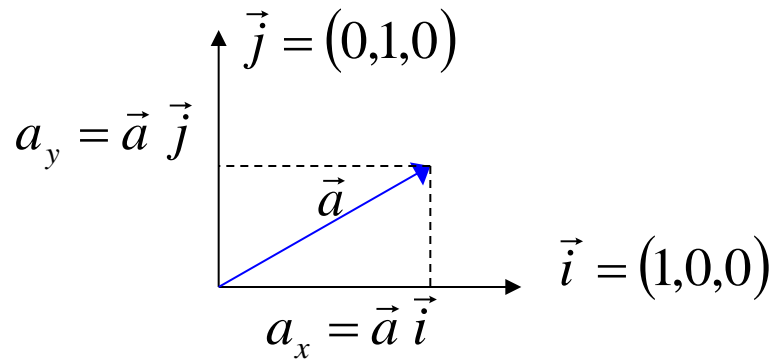
- **velikost vektoru:**  $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$  (skalár) často se píše:  $|\vec{a}| \equiv a$

- **součet / rozdíl vektorů:**



# Vektorové fyzikální veličiny

- skalární součin:  $\vec{a} \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = ab \cos \theta$  (skalár)



velikost průmětu vektoru  $a$  do směru  $b$ :

$$\frac{\vec{a} \vec{b}}{|\vec{b}|} = a \cos \theta$$

# Vektorové fyzikální veličiny

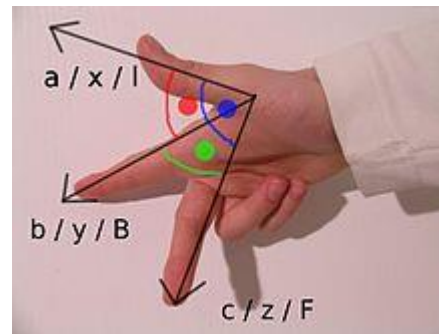
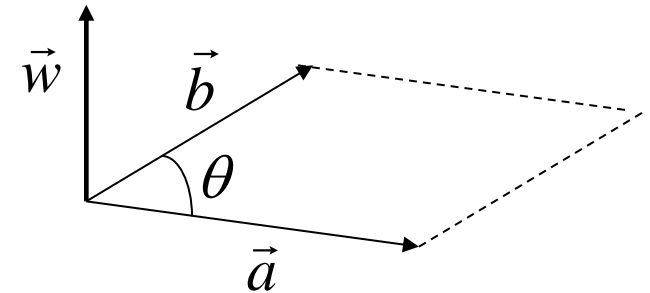
## • vektorový součin v 3D:

$$\vec{w} \equiv \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y b_z - a_z b_y, a_z b_x - a_x b_z, a_x b_y - a_y b_x)$$

(vektor kolmý na  $\vec{a}$  a  $\vec{b}$ )  $\vec{w} \cdot \vec{a} = 0$   $\vec{w} \cdot \vec{b} = 0$

$$|\vec{w}| \equiv w = ab \sin \theta$$

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{w}$  tvoří pravotočivý systém





# Kartézská soustava souřadnic

- K číselnému vyjádření polohy tělesa používáme soustavy souřadnic spojené se vztažným tělesem.
- Podle symetrie popisovaných pohybů lze volit různé souřadné systémy.
- Nejčastěji používáme pravoúhlý (kartézský) systém, tvořený třemi navzájem kolnými rovinami, které se protínají v pravoúhlých osách  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .
- Průsečík těchto os  $O$  nazýváme počátkem vztažné soustavy souřadnic.



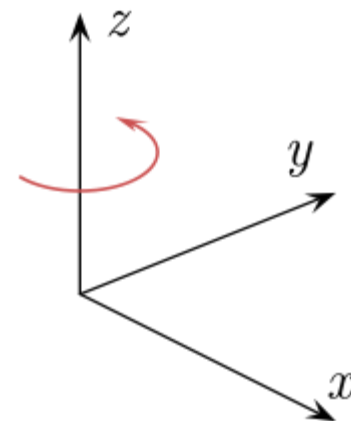
jednotkové vektory ve směru  
souřadnicových os

$$\vec{i} = (1,0,0)$$

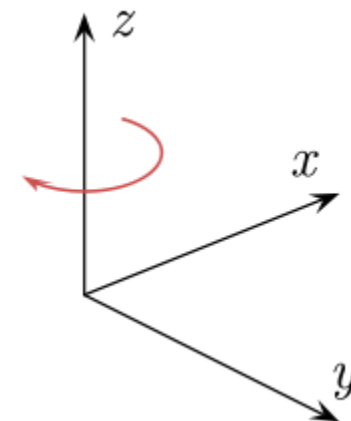
$$\vec{j} = (0,1,0)$$

$$\vec{k} = (0,0,1)$$

Pravotočivá



Levotočivá



# Kartézská soustava souřadnic

- ortonormální báze

$$\vec{i} = (1,0,0)$$

$$\vec{j} = (0,1,0)$$

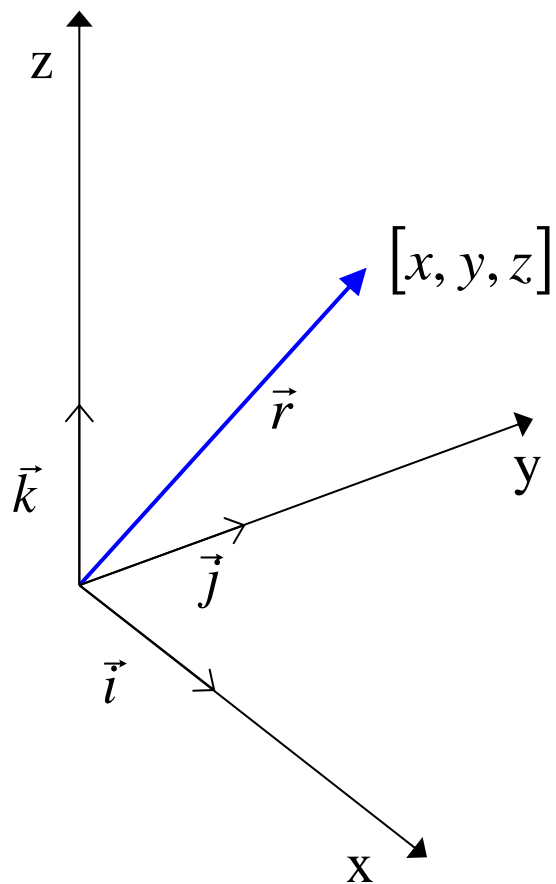
$$\vec{k} = (0,0,1)$$

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$$

$$\vec{i} \cdot \vec{k} = 0$$

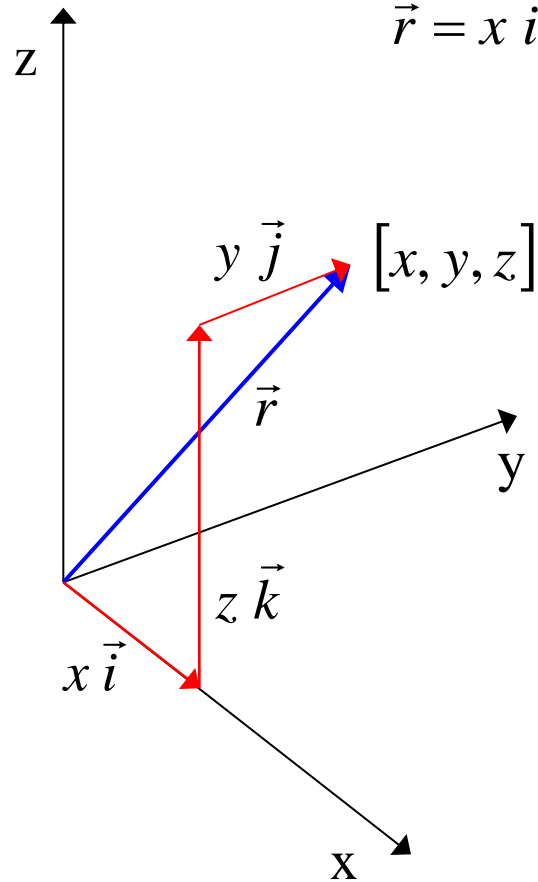
$$\vec{j} \cdot \vec{k} = 0$$



# Kartézská soustava souřadnic

- polohový (radius) vektor

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} = (x, y, z)$$



velikost polohového vektoru:

$$r \equiv |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

# Kartézská soustava souřadnic

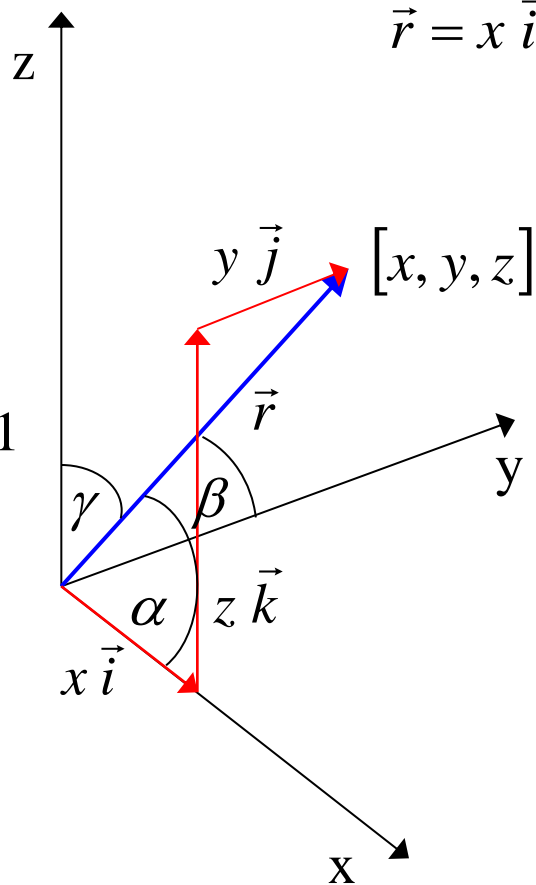
směrové kosiny:

$$\vec{r} \vec{i} = x = r \cos \alpha$$

$$\vec{r} \vec{j} = y = r \cos \beta$$

$$\vec{r} \vec{k} = z = r \cos \gamma$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$



• polohový (radius) vektor

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} = (x, y, z)$$

velikost polohového vektoru:

$$r \equiv |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

# Obecné souřadnice

- kartézské souřadnice:  $x, y, z$
- obecné souřadnice:  $q_1, q_2, q_3$

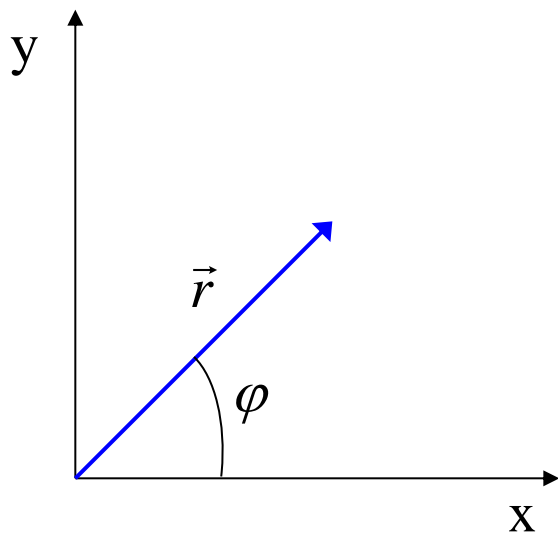
$$x = x(q_1, q_2, q_3) \qquad q_1 = q_1(x, y, z)$$

$$y = y(q_1, q_2, q_3) \qquad q_2 = q_2(x, y, z)$$

$$z = z(q_1, q_2, q_3) \qquad q_3 = q_3(x, y, z)$$

# Polární souřadnice

- kartézské souřadnice:  $x$ ,  $y$
- obecné souřadnice:  $r$ ,  $\varphi$



$$x = r \cos \varphi$$

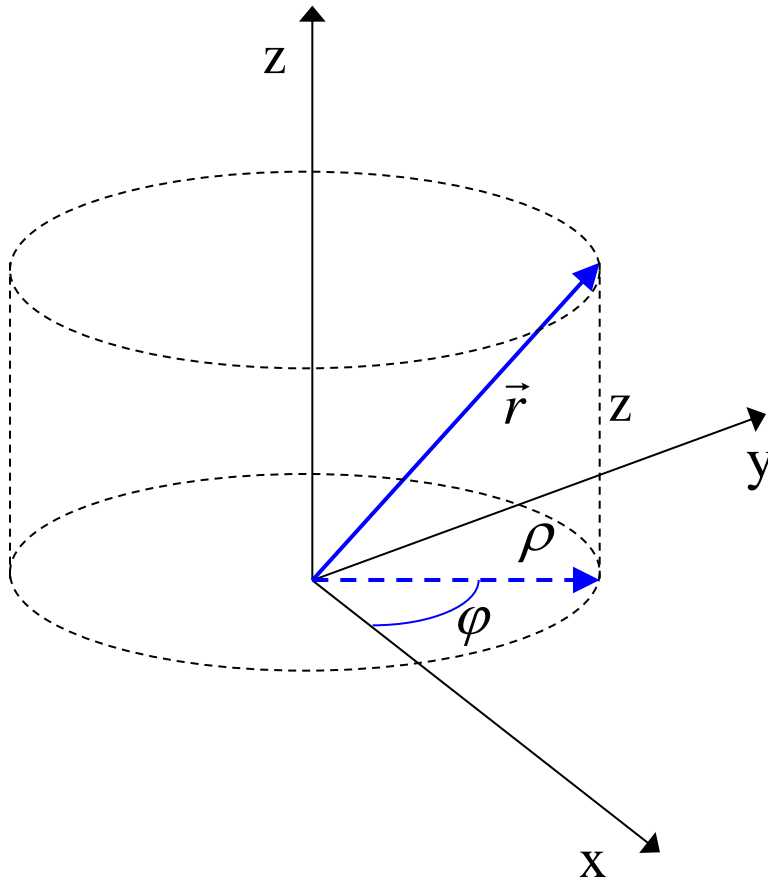
$$y = r \sin \varphi$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$

# Cylindrická soustava souřadnic

- kartézská soustava souřadnic:  $x, y, z$
- cylindrická (válcová) soustava souřadnic:  $\rho, \varphi, z$



$$x = \rho \cos \varphi$$

$$y = \rho \sin \varphi$$

$$z = z$$

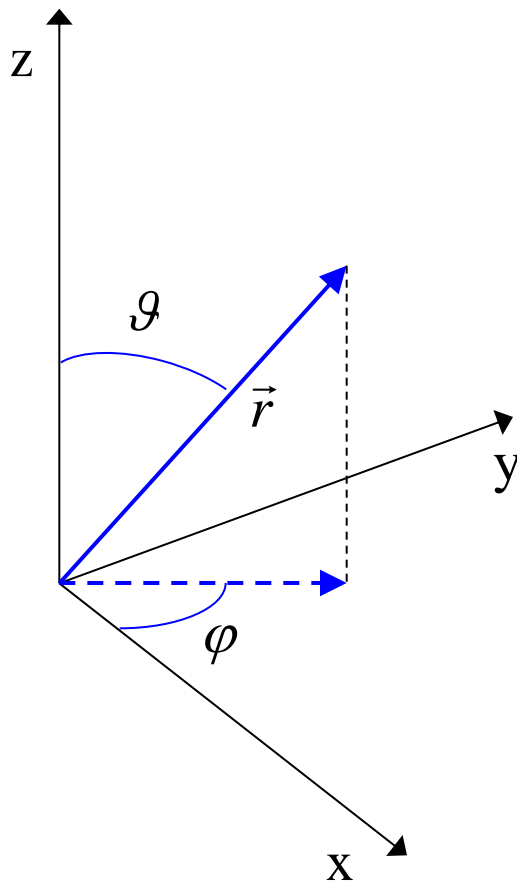
$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$

$$z = z$$

# Sférická soustava souřadnic

- kartézská soustava souřadnic:  $x, y, z$
- sférická soustava souřadnic:  $r, \vartheta, \varphi$



$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi$$

$$y = r \sin \vartheta \sin \varphi$$

$$z = r \cos \vartheta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

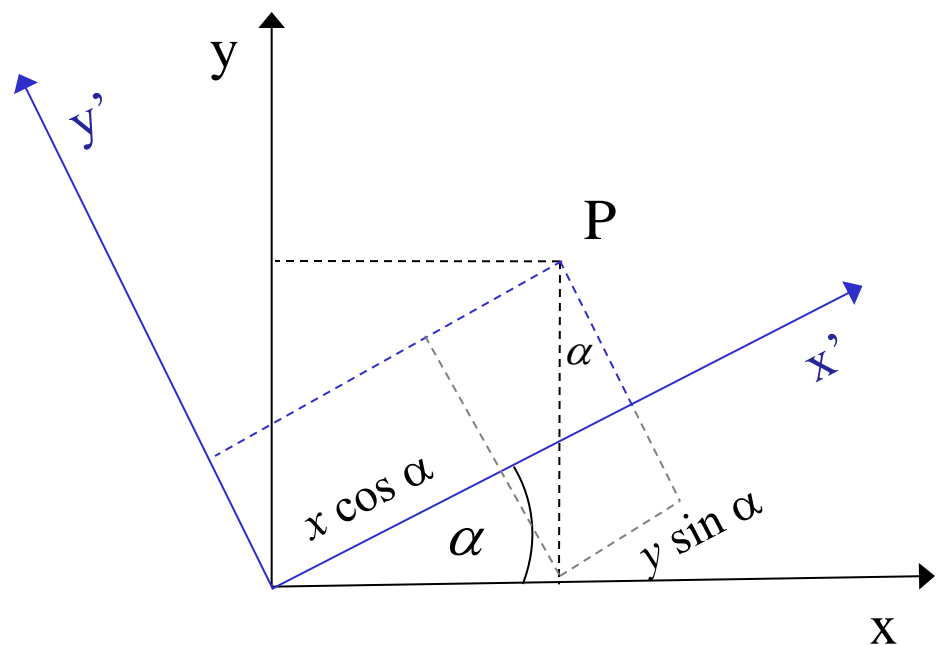
$$\vartheta = \arccos \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$



# Transformace souřadnic – otočení v rovině

- kartézská soustava souřadnic:  $x, y$
- kartézská soustava otočená kolem osy  $z$ :  $x', y'$



$$x' = x \cos \alpha + y \sin \alpha$$

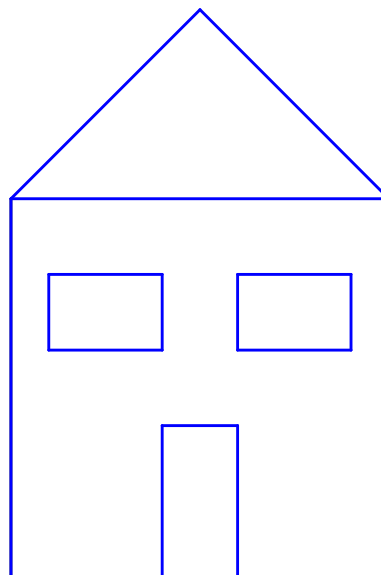
$$y' = -x \sin \alpha + y \cos \alpha$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

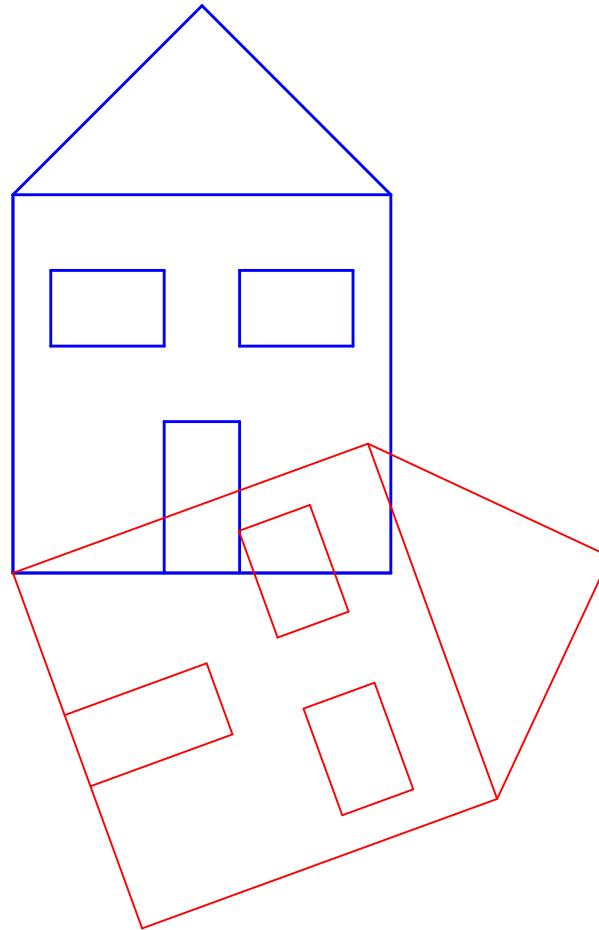
$$X' = AX$$

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

# Transformace souřadnic – otočení v rovině



# Transformace souřadnic – otočení v rovině



$$x' = x \cos \alpha + y \sin \alpha$$

$$y' = -x \sin \alpha + y \cos \alpha$$

# Transformace souřadnic – otočení v prostoru

- kartézská soustava souřadnic:  $x, y, z$
- otočení kolem osy  $\boldsymbol{o}$  o úhel  $\alpha$   $\vec{o} = (o_1, o_2, o_3)$   $o_1^2 + o_2^2 + o_3^2 = 1$

$$X' = AX$$

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha + o_1^2(1 - \cos \alpha) & o_1 o_2(1 - \cos \alpha) - o_3 \sin \alpha & o_1 o_3(1 - \cos \alpha) + o_2 \sin \alpha \\ o_1 o_2(1 - \cos \alpha) + o_3 \sin \alpha & \cos \alpha + o_2^2(1 - \cos \alpha) & o_2 o_3(1 - \cos \alpha) - o_1 \sin \alpha \\ o_1 o_3(1 - \cos \alpha) - o_2 \sin \alpha & o_2 o_3(1 - \cos \alpha) + o_1 \sin \alpha & \cos \alpha + o_3^2(1 - \cos \alpha) \end{pmatrix}$$

# Transformace souřadnic – obecně

- původní soustava souřadnic:  $x_1, x_2, x_3$
- nová soustava souřadnic:  $x_1', x_2', x_3'$

$$x_i' = \sum_{j=1}^3 a_{ij} x_j$$

$$X' = AX$$

- **skalár** je veličina invariantní při transformaci souřadnic:  $S(x') = S(x)$
- **vektor** je trojice veličin  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ , která se při transformaci souřadnic transformuje jako souřadnice:

$$v_i' = \sum_{j=1}^3 a_{ij} v_j$$